Zadaci

2014. jun

269. (1) Rešiti jednačinu

$$|x| + |x+1| + |x+2| = 6.$$

270. (2) Neka su a, b i c realni brojevi. Uprostiti izraz

$$\frac{(a+b+c)^2 - (a+b-c)^2}{(a-b+c)^2 - (a-b-c)^2}.$$

Odrediti uslove za a, b i c tako da dati izraz bude definisan.
271. (3) Odrediti zbir kvadrata rešenja jednačine

$$2^{x^2-2x-10} = \frac{1}{4}.$$

272. (4) Proveriti tačnost implikacije:

Ako je $\quad (\log_3 x)(\log_x 2x)(\log_{2x} y) = \log_x x^2, \qquad$ tada je $\quad y = 9.$

273. (5) Rešiti trigonometrijsku jednačinu

$$\sin^4 x + \cos^4 x = 1.$$

274. (6) Neka je data funkcija

$$f(x) = \frac{1}{1+\frac{1}{x}}.$$

Izračunati $f^2(x) = f(f(x))$, $f^3(x) = f(f(f(x)))$ i $f^9(x) = f(f(...(f(x))...))$.

2014. jun Matematika sa proverom sklonosti za studije Inženjerstva zaštite životne sredine, deo Matematika

275. (1) Proveriti tačnost jednakosti

$$(32)^{-2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-11}+\left(\frac{1}{1+\sqrt{5}}+\frac{1}{1-\sqrt{5}}\right)^{-1}+(0,5:1,25)^{-1}=\frac{5}{2}.$$

276. (2) Rešiti jednačinu

$$\sqrt{3x+13}=2\sqrt{x+3}+\sqrt{x-1}.$$

277. (3) Proveriti tačnost jednakosti

$$4^{\log_2 3+\log_4 \frac{5}{11}}=\frac{45}{11}$$

2014. septembar

278. (1) Uprostiti izraz

$$\left[\frac{1}{a-2}-\frac{a}{(a-1)^2+3}\right]:\left[\frac{1-a^2}{a^3+8}+\frac{1+a}{a^2-4}\right].$$

Odrediti vrednost izraza za $a=-1,25$.
279. (2) Rešiti jednačinu

$$\sqrt{2x-3}=\sqrt{x-2}+\sqrt{x-3}.$$

280. (3) Dokazati tačnost jednakosti

$$\log_{\frac{1}{9}}\left(\log_2\frac{1}{2}\cdot\log_{\frac{1}{2}}8\right)=-\frac{1}{2}.$$

281. (4) Izračunati

$$\sin\frac{\pi}{12}.$$

282. (5) Ako je

$$f(x)=\frac{2014x+1}{2014x-1},$$

izračunati $f(f(x))$.

2014. septembar Matematika sa proverom sklonosti za studije Inženjerstva zaštite životne sredine, deo Matematika

283. (1) Proveriti tačnost jednakosti

$$\left[\left(\left(7+\frac{1}{3}\right):\frac{11}{6}\right)^{-1}+\frac{3}{4}\right]^{1/4}\cdot\left[\left(\left(14+\frac{2}{3}\right):\frac{11}{3}\right)^{-1}+\frac{3}{4}\right]^{1/4}=1.$$

284. (2) Rešiti jednačinu

$$\sqrt{2x+14}=\sqrt{x+5}+\sqrt{x-7}.$$

285. (3) Izračunati

$$\log_2(5\log_3 9-\log_5 25).$$

2015. jun

286. (1) Proveriti da li su brojevi

$$\frac{\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} \quad \text{i} \quad \frac{-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$$

rešenja jednačine $2x^2+2x-1=0$.

287. (2) Neka je a realan broj. Dokazati identitet

$$1-\frac{8}{a^2-4}\left[\left(1-\frac{a^2+4}{4a}\right):\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{2}\right)\right]=\frac{a-2}{a+2}.$$

288. (3) Rešiti jednačinu

$$4^{-x+\frac{1}{2}}-7\cdot 2^{-x}-4=0.$$

289. (4) Rešiti sistem jednačina

$$\begin{aligned}\log_2 x+\log_4 y &= -2\log_{\frac{1}{2}} 4,\\ \log_4 x+\log_2 y &= 5.\end{aligned}$$

290. (5) Proveriti identitet

$$\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}+\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}=\frac{\tan^2\alpha+1}{\tan^2\alpha-1}.$$

291. (6) Ako je $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$, dokazati da je

$$\frac{f(x)-f(y)}{1+f(x)f(y)}=\frac{y-x}{xy+1}.$$

2015. jun Matematika sa proverom sklonosti za studije Inženjerstva zaštite životne sredine, deo Matematika

292. (1) Proveriti tačnost jednakosti

$$\left[\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{3}:\frac{3}{7}\right):10\frac{7}{9}\right]^{-2}=25.$$

293. (2) Dokazati identitet

$$a\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2b\sqrt{a}}\right)^{-1}+b\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2a\sqrt{b}}\right)^{-1}=2ab,\qquad a>0,\quad b>0.$$

294. (3) Rešiti jednačinu

$$\log_{x-2}(x^2-6x+10)-1=0.$$

2015. septembar

295. Dokazati

$$\sqrt[3]{2}+\frac{1}{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}}-\sqrt[3]{3}=0.$$

296. Dokazati

$$\frac{x^3+y^3}{x+y}:(x^2-y^2)+\frac{2y}{x+y}-\frac{xy}{x^2-y^2}=1,\qquad x\neq \pm y.$$

297. Rešiti sistem jednačina

$$\sqrt{x}-\sqrt{y}=1,\qquad x+y=5.$$

298. Rešiti jednačinu

$$(\log_3 x)^2-4\cdot\log_3 x+3=0.$$

299. Proveriti tačnost identiteta

$$\sin^2\alpha\sin^2\beta+\cos^2\alpha+\cos^2\beta=1+\cos^2\alpha\cos^2\beta.$$

300. Neka je data funkcija

$$f(x)=\frac{1-\frac{1}{1+\frac{1}{x}}}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}}.$$

Odrediti $f(f(x))$, kao i inverznu funkciju $f^{-1}(x)$.

2015. septembar Matematika sa proverom sklonosti za studije Inženjerstva zaštite životne sredine, deo Matematika

301. Izračunati

$$\frac{2^{-3}}{3^2} \cdot \left(\frac{2^{-2}}{3}\right)^{-2} : 2.$$

302. Uprostiti izraz

$$\left(a - \frac{27}{a^2}\right) : \frac{a^2+3a+9}{a^2}, \qquad a \neq 0.$$

303. Rešiti sistem jednačina

$$x + y = 11, \qquad xy = 28.$$

304. Dokazati jednakost

$$\log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8 \cdot \log_8 9 = 2.$$

RESENJA

2014. jun

269. (1) Razlikujemo četiri slučaja

$$\begin{aligned} x \leq -2 : &\qquad -x - x - 1 - x - 2 = 6, \quad x = -3, \\ -2 \leq x \leq -1 : &\qquad -x - x - x + x + 2 = 6, \quad x = -5 \\ -1 \leq x \leq 0 : &\qquad -x + x + 1 + x + 2 = 6, \quad x = 3, \\ 0 \leq x : &\qquad x + x + 1 + x + 2 = 6, \quad x = 1. \end{aligned}$$

Rešenja su $x_1 = -3$ i $x_2 = 1$.

270. (2) Formula za razliku kvadrata daje

$$\frac{(a+b+c-a-b+c)(a+b+c+a+b-c)}{(a-b+c-a+b+c)(a-b+c+a-b-c)} = \frac{2c \cdot 2(a+b)}{2c \cdot 2(a-b)} = \frac{a+b}{a-b}.$$

Dati izraz je definisan ako je $a \neq b$.
271. (3) Kako je $1/4 = 2^{-2}$, iz date jednačine izlazi

$$x^2 - 2x - 10 = -2, \qquad x^2 - 2x - 8 = 0, \qquad (x-4)(x+2) = 0.$$

Rešenja su $x_1 = 4$ i $x_2 = -2$, tako da je $x_1^2 + x_2^2 = 20$.
272. (4) Logaritmi se mogu svesti na istu osnovu: ako je c bilo koji pozitivan broj tada

$$\frac{\log_c x}{\log_c 3}\frac{\log_c 2x}{\log_c x}\frac{\log_c y}{\log_c 2x} = 2\log_x x.$$

Dalje je

$$\frac{\log_c y}{\log_c 3} = 2, \quad \log_x y = \log_x 9, \quad y = 9,$$

tako da je implikacija tačna.
273. (5) $\sin^4 x - \sin^2 x = \cos^4 x - \cos^2 x$, $\sin^2 x(\sin^2 x - 1) = \cos^2 x(1 - \cos^2 x)$, $-\sin^2 x \cos^2 x = \cos^2 x \sin^2 x$, $\sin^2 x \cos^2 x = 0$. Tako je $\sin x = 0$ ili $\cos x = 0$. Rešenja su $x = k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$, i $x = \frac{\pi}{2} + l\pi$, $l \in \mathbf{Z}$, ili kraće $x = m\frac{\pi}{2}$ gde je $m \in \mathbf{Z}$.
274. (6) Najpre se može uprostiti

$$f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{x}{x+1}.$$

Tako je

$$f^2(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{x}{x+1}\right) = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x}{x+1} + 1} = \frac{x}{2x+1},$$

$$f^3(x) = f(f^2(x)) = f\left(\frac{x}{2x+1}\right) = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{x}{2x+1} + 1} = \frac{x}{3x+1},$$

$$f^6(x) = f^3(f^3(x)) = f^3\left(\frac{x}{3x+1}\right) = \frac{\frac{x}{3x+1}}{3 \cdot \frac{x}{3x+1} + 1} = \frac{x}{6x+1},$$

$$f^9(x) = f^3(f^6(x)) = f^3\left(\frac{x}{6x+1}\right) = \frac{\frac{x}{6x+1}}{3 \cdot \frac{x}{6x+1} + 1} = \frac{x}{9x+1}.$$

2014. jun - Matematika sa proverom sklonosti

275. (1) Transformacije daju

$$2^{-10}\cdot 2^{11}+\left(\frac{1-\sqrt{5}+1+\sqrt{5}}{(1+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})}\right)^{-1}+(\frac{1}{2}:\frac{5}{4})^{-1}=2+\frac{1-5}{2}+\frac{5}{2}=\frac{5}{2}.$$

276. (2) Kvadratni koreni su definisani ako i samo ako je $3x+13\geq 0$ i $x-1\geq 0$ i $x+3\geq 0$, to jest $x\geq 1$. Kvadriranjem dobijamo

$$3x+13=4(x+3)+4\sqrt{(x+3)(x-1)}+x-1,$$

odnosno $-x+1=2\sqrt{x^2+2x-3}$. Uz novi u slov $-x+1\geq 0$, dalje se može računati, što nije neophodno, $x^2-2x+1=4(x^2+2x-3)$. Presek dva uslova daje uslov $x=1$, što je i rešenje polazne jednačine.

277. (3)

$$4^{\log_2 3+\log_4\frac{5}{11}}=4^{\log_2 3}\cdot 4^{\log_4\frac{5}{11}}=(2^2)^{\log_2 3}\cdot\frac{5}{11}=2^{\log_2 3^2}\cdot\frac{5}{11}=3^2\cdot\frac{5}{11}=\frac{45}{11}.$$

2014. septembar

278. (1) Transformacije datog izraza I daju

$$\begin{aligned}
I &= \left[\frac{1}{a-2}-\frac{a}{a^2-2a+4}\right]:\left[\frac{(1-a)(1+a)}{(a+2)(a^2-2a+4)}+\frac{1+a}{(a-2)(a+2)}\right]\\
&= \frac{a^2-2a+4-a^2+2a}{(a-2)(a^2-2a+4)}\cdot\frac{a+2}{a+1}:\left[\frac{1-a}{a^2-2a+4}+\frac{1}{a-2}\right]\\
&= \frac{4}{(a-2)(a^2-2a+4)}\cdot\frac{a+2}{a+1}:\frac{a-2-a^2+2a+a^2-2a+4}{(a-2)(a^2-2a+4)}\\
&= \frac{4(a+2)}{(a+1)(a-2)(a^2-2a+4)}\cdot\frac{(a+2)(a-2a+4)}{a+2}\\
&= \frac{4}{a+1}.
\end{aligned}$$

Za $a=-5/4$ dobija se $I(-5/4)=-16$.

279. (2) U domenu realnih brojeva jednačina ima smisla ako su izpunjena tri uslova $x\geq 3/2$, $x\geq 2$, i $x\geq 3$ čiji je presek $x\geq 3$. Kvadriranje leve i desne strane jednačine daje

$$(\sqrt{2x-3})^2=(\sqrt{x-2})^2+2\sqrt{(x-2)(x-3)}+(\sqrt{x-3})^2,$$

$$|2x-3| = |x-2| + \sqrt{x^2-5x+6} + |x-3|,$$
$$2x-3 = x-2+2\sqrt{x^2-5x+6}+x-3, \qquad 1 = \sqrt{x^2-5x+6},$$
$$1 = x^2-5x+6 \quad x^2-5x+5=0, \qquad x_{1,2} = (5\pm\sqrt{15})/2.$$

Rešenje je $x = (5+\sqrt{15})/2$.

280. (3) Dati izraz je

$$\log_{\frac{1}{9}}\left(\log_2 2^{-1}\cdot\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\right) = \log_{\frac{1}{9}}((-1)\cdot(-3)) = \log_{\frac{1}{9}}\left(\frac{1}{9}\right)^{-1/2} = -\frac{1}{2}.$$

281. (4)

$$\sin\frac{\pi}{12} = \sqrt{\frac{1-\cos(\pi/6)}{2}} = \sqrt{\frac{1-\sqrt{3}/2)}{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}.$$

282. (5)

$$\begin{aligned} f(f(x)) &= \frac{2014\frac{2014x+1}{2014x-1}+1}{2014\frac{2014x+1}{2014x-1}-1} = \frac{2014^2x+2014+2014x-1}{2014^2x+2014-2014x+1} \\ &= \frac{2014\cdot 2015x+2013}{2013\cdot 2014x+2015}. \end{aligned}$$

2014. septembar - Matematika sa proverom sklonosti

283. (1) Transformacije daju

$$\left[\left(\frac{22}{3}\cdot\frac{6}{11}\right)^{-1}+\frac{3}{4}\right]^{1/4}\cdot\left[\left(\frac{44}{3}\cdot\frac{3}{11}\right)^{-1}+\frac{3}{4}\right]^{1/4} = \left[\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\right]^{1/4}\cdot\left[\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\right]^{1/4} = 1.$$

284. (2) Kvadratni koreni su definisani ako je $2x+14\ge 0$, i $x-7\ge 0$ i $x+5\ge 0$, tj. $x\ge 7$. Kvadriranje daje

$$2x+14 = x+5+2\sqrt{(x+5)(x-7)}+x-7.$$

odnosno $8 = \sqrt{x^2-2x-35}$. Novo kvadriranje daje $x^2-2x-99=0$ jednačinu čija su rešenja $x=11$ i $x=-9$. Polazna jednačina ima jedno rešenje $x=11$.

285. (3)

$$\log_2(5\log_3 3^2-\log_5 5^2) = \log_2(5\cdot 2\log_3 3-2\log_5 5) = \log_2(10-2) = \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3.$$

2015. jun

286. (1) Ako su x_1 i x_2 dati brojevi, tada

$$\begin{aligned} x_1x_2 &= \frac{-3}{9-3}=\frac{-3}{6}=\frac{-1}{2}, \\ x_1+x_2 &= \frac{3\sqrt{3}-3-3\sqrt{3}-3}{9-3}=\frac{-6}{6}=-1. \end{aligned}$$

Na osnovu Vijetovih formula sledi da su x_1 i x_2 rešenja date jednačine. Zadatak se rešava i direktnim metodama.

287. (2) Transformacije leve strane L jednakosti daju

$$\begin{aligned} L &= 1-\frac{8}{a^2-4}\left[\frac{4a-a^2-4}{4a}:\frac{2-a}{2a}\right]=1-\frac{8}{a^2-4}\left[\frac{a^2+4-4a}{2}:\frac{a-2}{1}\right] \\ &= 1-\frac{8}{(a-2)(a+2)}\cdot\frac{(a-2)^2}{2}\cdot\frac{1}{a-2}=1-\frac{4}{a+2}=\frac{a+2-4}{a+2}=\frac{a-2}{a+2}. \end{aligned}$$

288. (3) Kako je $4^{-x}\cdot 4^{\frac{1}{2}}-7\cdot 2^{-x}-4=0$, uvodjenjem smene $t=2^{-x}$ dobija se kvadratna jednačina $2t^2-7t-4=0$. Rešenja ove jednačine su $t_1=-\frac{1}{2}$ i $t_2=4$. Stepen ne može biti negativan, tako da je $2^{-x}=2^2$, odnosno jedino rešenje je $x=-2$.

289. (4) Ako se uvede smena $u=\log_2 x$ i $v=\log_2 y$, dobija se sistem $u+\frac{1}{2}v=2\log_2 4=4$, $\frac{1}{2}u+v=5$. Tako je $u=2$ i $v=4$ odnosno $(x,y)=(4,16)$.

290. (5)

$$\frac{\cos\alpha\sin\alpha+\cos^2\alpha+\sin^2\alpha-\cos\alpha\sin\alpha}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}=\frac{\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}+1}{\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}-1},$$

$$\frac{1}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}=\frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha},$$

što je identitet.

291. (6)

$$\frac{f(x)-f(y)}{1+f(x)f(y)} = \frac{\frac{x+1}{x-1}-\frac{y+1}{y-1}}{1+\frac{x+1}{x-1}\frac{y+1}{y-1}}$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{(x+1)(y-1)-(x-1)(y+1)}{(x-1)(y-1)+(x+1)(y+1)} \\
&= \frac{xy-x+y-1-xy-x+y+1}{xy-x-y+1+xy+x+y+1} \\
&= \frac{2y-2x}{2xy+2} \\
&= \frac{y-x}{xy+1}.
\end{aligned}
$$

2015. jun - Matematika sa proverom sklonosti

292. (1) Transformacije daju

$$\left[\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{3}\cdot\frac{7}{3}\right):\frac{97}{9}\right]^{-2}=\left[\left(\frac{3}{5}+\frac{14}{9}\right)\cdot\frac{9}{97}\right]^{-2}=\left(\frac{97}{45}\cdot\frac{9}{97}\right)^{-2}=\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}=25.$$

293. (2) Ako je L leva strana jednakosti

$$L=a\cdot\frac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+b\cdot\frac{2a\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{2ab\sqrt{a}+2ab\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{2ab(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=2ab.$$

294. (3) Jednačina se najpre može napisati u obliku $\log_{x-2}(x^2-6x+10)=1$. Prema definiciji logaritma $\log_c a = x \Leftrightarrow c^x = a$ dobija se

$$x^2-6x+10=(x-2)^1,\quad x^2-7x+12=0,\qquad x_1=3,\quad x_2=4.$$

Jedino rešenje $x_2 = 4$ zadovoljava polaznu jednačinu. Rešenje $x_1 = 3$ se odbacuje, jer zamenom se dobija $\log_1 1$. Logaritam sa osnovom 1 nije definisan $\log_1 a$, što se lako proveri iz gornje definicije. Naime, logaritam je definisan samo za osnovu c koja zadovoljava uslove $0 < c < 1$ i $1 < c < +\infty$.

2015. septembar

295. (1)

$$\frac{1}{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}}=\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2},\quad 1=(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}),\qquad 1=3-2.$$

296. (2) Ako je L leva strana, tada

$$\begin{aligned} L &= \frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{x+y}\cdot\frac{1}{(x-y)(x+y)}+\frac{2y}{x+y}-\frac{xy}{(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{x^2-xy+y^2+2y(x-y)-xy}{(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{x^2-2xy+y^2+2xy-2y^2}{(x-y)(x+y)}=\frac{x^2-y^2}{x^2-y^2}=1. \end{aligned}$$

297. (3) Ako se uvede smena $\sqrt{x}=t$ i $\sqrt{y}=s$, sistem postaje $t-s=1$, $t^2+s^2=5$. Eliminacija nepoznate iz prve jednačine $t=1+s$ zamenom u drugu, dobija se jedna jednačina sa jednom nepoznatom

$$1+2s+s^2+s^2=5, \quad 2s^2+2s-4=0, \quad s_1=-2, \quad s_2=1.$$

Po konvenciji kvadratni koren je nenegativan, tako da je $s=1$, i rešenje $x=4$ i $y=1$.

298. (4) Ako se uvede smena $t=\log_3 x$, dobija se kvadratna jednačina $t^2-4t+3=0$, čija rešenja su $t_1=1$ i $t_2=3$. Rešenja polazne jednačine su $x_1=3$ i $x_2=27$.

299. (5) Prebacivanjem se dobija

$$\begin{aligned} \sin^2\alpha\sin^2\beta+\cos^2\alpha-1 &= \cos^2\alpha\cos^2\beta-\cos^2\beta, \\ \sin^2\alpha\sin^2\beta-\sin^2\alpha &= \cos^2\beta(\cos^2\alpha-1), \\ \sin^2\alpha(\sin^2\beta-1) &= -\sin^2\alpha\cos^2\beta, \end{aligned}$$

što je tačno.

300. (6) Prvo se može pojednostaviti data formula

$$f(x)=\frac{1-\frac{1}{\frac{x+1}{x}}}{1-\frac{1}{\frac{x-1}{x}}}=\frac{1-\frac{x}{x+1}}{1-\frac{x}{x-1}}=\frac{\frac{x+1-x}{x+1}}{\frac{x-1-x}{x-1}}=\frac{1-x}{1+x}.$$

Sada je

$$f(f(x))=f\left(\frac{1-x}{1+x}\right)=\frac{1-\frac{1-x}{1+x}}{1+\frac{1-x}{1+x}}=\frac{\frac{1+x-1+x}{1+x}}{\frac{1+x+1-x}{1+x}}=\frac{2x}{2}=x.$$

Kako je $f^2(x) = x$ identična funkcija, to je funkcija f sama sebi inverzna $f^{-1}(x) = f(x)$.

II način. Iz formule $y = \frac{1-x}{1+x}$ se računa x

$$y + xy = 1 - x, \quad x(1+y) = 1 - y, \quad x = \frac{1-y}{1+y}.$$

Medjusobna zamena oznaka promenljivih u formuli $x = \frac{1-y}{1+y}$ daje standardni zapis $y = \frac{1-x}{1+x}$ inverzne funkcije, u kome je x nezavisno promenljiva veličina a y zavisno promenljiva veličina, koji je identičan originalnoj funkciji.

2015. septembar - Matematika sa proverom sklonosti

301. (1) Ako je I dati izraz, tada

$$I = \frac{1}{8 \cdot 9} \cdot \left(\frac{1}{4 \cdot 3}\right)^{-2} : 2 = \frac{1}{8 \cdot 9} \cdot 16 \cdot 9 : 2 = 1.$$

302. (2) Ako je I dati izraz, tada je

$$I = \frac{a^3 - 27}{a^2} \cdot \frac{a^2}{a^2 + 3a + 9} = \frac{(a-3)(a^2 + 3a + 9)}{a^2 + 3a + 9} = a - 3.$$

303. (3) Zamena iz prve jednačine $y = 11 - x$ u drugu jednačinu, daje jednu kvadratnu jednačinu $x(11 - x) = 28$, $x^2 - 11x + 28 = 0$. Tako je $x_1 = 7$ i $x_2 = 4$. Rešenja sistema su $(x, y) \in \{(4, 7), (7, 4)\}$.

304. (4) Ako je L leva strana jednakosti, tada je

$$L = \frac{\log 4}{\log 3} \cdot \frac{\log 5}{\log 4} \cdot \frac{\log 6}{\log 5} \cdot \frac{\log 7}{\log 6} \cdot \frac{\log 8}{\log 7} \cdot \frac{\log 9}{\log 8} = \frac{\log 9}{\log 3} = \log_3 9 = 2.$$