

349. Uprostiti izraz

$$\left( \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{ab} + a} - \frac{1}{\sqrt{ab} - a} \right).$$

350. Rešiti jednačinu

$$\frac{2x + 1}{3 - x} = \frac{4 - x}{x + 1}.$$

351. Rešiti sistem

$$3^{2x} - 2^y = 77, \quad 3^x - 2^{y/2} = 7.$$

352. Rešiti jednačinu

$$(\log_5 x)^2 = 3 + \log_5 x^2, \quad x > 0.$$

353. Dokazati identitet

$$\sin 2\alpha + \sin 4\alpha - \sin 6\alpha = 4 \sin \alpha \sin 2\alpha \sin 3\alpha.$$

2018. septembar Matematika sa proverom sklonosti za studije  
Inženjerstva zaštite životne sredine, deo Matematika

354. Proveriti

$$\left( \frac{3}{5} : \frac{3}{15} + 100 \cdot 0,05 \right)^{-1/3} = \frac{1}{2}.$$

355. Dokazati identitet

$$\left( \frac{2y}{x + y} + \frac{2y^2}{x^2 - y^2} \right) \cdot (x - y) = \frac{2xy}{x + y}.$$

356. Rešiti jednačinu

$$3^{x^2 - 6x + 7} = \frac{1}{9}.$$

349. (1) Ako je  $L$  izraz sa leve strane, tada

$$\begin{aligned} L &= \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b} : \frac{\sqrt{ab} - a - \sqrt{ab} - a}{ab - a^2} \\ &= \frac{2\sqrt{a}}{a - b} \cdot \frac{a(b - a)}{-2a} = \sqrt{a}. \end{aligned}$$

350. (2) Množenje daje  $(2x+1)(x+1) = (4-x)(3-x)$ , ili  $x^2 + 10x - 11 = 0$ . Rešenja su  $x_1 = -11$  i  $x_2 = 1$ .

351. (3) Sinena  $u = 3^x$ ,  $v = 2^{y/2}$  daje  $u^2 - v^2 = 77$ ,  $u - v = 7$ . Kako je  $u^2 - v^2 = (u - v)(u + v)$ , to je  $u + v = 11$ . Sada imamo ekvivalentan sistem  $u + v = 11$ ,  $u - v = 7$ . Otuda je  $2u = 18$ ,  $u = 9$ ,  $x = 2$ . slično  $v = 2$ ,  $2^{y/2} = 2$ ,  $y = 2$ .

352. (4) Ako se uvede smena  $\log_5 x = t$  dobija se  $t^2 - 2t - 3 = 0$ , rešenja su  $t_1 = -1$ ,  $t_2 = 3$ . Sada je  $\log_5 x = -1$ ,  $x = 5^{-1} = \frac{1}{5}$ . Takodje  $\log_5 x = 3$ ,  $x = 5^3 = 125$

353. (5) Ako je  $L$  izraz sa leve strane, tada

$$\begin{aligned} L &= 2 \sin \frac{2\alpha + 4\alpha}{2} \cos \frac{2\alpha - 4\alpha}{2} - 2 \sin 3\alpha \cos 3\alpha \\ &= 2 \sin 3\alpha (\cos \alpha - \cos 3\alpha) = 2 \sin 3\alpha (-2 \sin 2\alpha \sin(-\alpha)) \\ &= 4 \sin \alpha \sin 2\alpha \sin 3\alpha. \end{aligned}$$

### 2018. septembar - Matematika sa proverom sklonosti

354. (1)  $\left(\frac{3}{5} \cdot \frac{15}{3} + 5\right)^{-1/3} = (3 + 5)^{-1/3} = \frac{1}{\sqrt[3]{8}} = \frac{1}{2}$ .

355. (2)

$$\left(\frac{2y}{x+y} + \frac{2y^2}{(x+y)(x-y)}\right) \cdot (x-y) = \frac{2xy - 2y^2}{x+y} + \frac{2y^2}{x+y} = \frac{2xy}{x+y}$$

356. (3)  $3^{x^2-6x+7} = 3^{-2}$ ,  $x^2 - 6x + 9 = 0$ ,  $x_1 = x_2 = 3$ .