

ZADACI ZA SAMOSTALNI RAD

1. Odrediti količnik i ostatak pri deljenju polinoma

(a) $p(x) = 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 6$ i $q(x) = x^2 - 3x + 1$

(b) $p(x) = (x + 1)(x + 3)(x + 4)$ i $q(x) = x^2 + 1$

(c) $p(x) = x^5 + 2x^4 - 4x^3 - 4x^2 - 6x - 4$ i $q(x) = x - 2$

2. Dati su polinomi $p(x) = x^4 + x^2 + 1$, $q(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 5$, $r(x) = x^2 - 2x + 5$, $s(x) = 3x - 2$ i $t(x) = -4$. Izvršiti sledeće operacije:

(a) $3p(x) + 2q(x) + 4r(x) - 5x^3s(x) + t(x)$,

(b) $(p(x) + q(x))(r(x) + s(x))$,

(c) $\frac{p(x) \cdot r(x)}{q(x) - t(x)}$,

(d) $(t(x) - 2s(x))^3 - q(x)$.

3. Koristeći Hornerovu šemu naći ostatak pri deljenju polinoma $p(x) = x^5 + x^4 + x^3 + 2x^2 - x + 3$ polinomima:

a) $x - 2$ b) $x + 1$ c) $x - \frac{1}{2}$ d) $x + i$

4. Dat je polinom $p(x) = x^5 - 2x^4 - x + 2$. Odrediti vrednost polinoma u tačkama 3 i -1 , kao i količnik i ostatak pri deljenju polinoma $p(x)$ binomom $x - 2$.

5. Odrediti brojeve p i q tako da polinom $r(x)$ bude deljiv polinomom $s(x)$, ako je:

(a) $r(x) = x^4 - 3x^2 + px + q$ i $s(x) = x^2 - 2x + 4$,

(b) $r(x) = x^3 + px^2 + qx + 1$ i $s(x) = x^2 - 3x - 4$.

6. Odrediti brojeve p i q tako da polinom $r(t) = 6x^4 - 7x^3 + px^2 + 3x + 2$ bude deljiv polinomom $t(x) = x^2 - x + q$.

7. U polinomu $p(x) = 2x^3 - 3x^2 + ax + 20$ odrediti parametar a , ako znamo da je $\frac{1}{2}$ jedna nula datog polinoma.

8. Za koje vrednosti $a, b, c \in R$ je polinom $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ deljiv binomima $x - 1, x + 2$ i $x - 3$?

9. Odrediti konstantu a tako da polinom, $p(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^2 - ax - 5$, podeljen binomom, $x - 2$ daje ostatak 1.

10. Dat je polinom $p(x) = x^5 - 5x^4 - 2x^3 + 10x^2 + x + a$. Odrediti realan broj a , tako da $p(x)$ bude deljiv binomom $x - 5$, a zatim faktorisati polinom.

11. Dat je polinom $p(x) = x^5 - 5x^4 + 2x^3 - 10x^2 - x + 5$. Odrediti vrednost polinoma u tački $x = 2$. Odrediti razvoj polinoma $p(x)$ po stepenima binoma $x - 1$.

12. Odrediti normiran polinom najmanjeg stepena čije su jednostruke nule brojevi 2 i $\sqrt{-3}$, a dvostruka nula je broj -1 .

13. U skupu kompleksnih brojeva rešiti algebarsku jednačinu:

(a) $x^4 + 3x^3 - 12x^2 - 6x + 20 = 0$

(b) $x^6 + x^4 + 2x^3 - 12x^2 + 8x = 0$

14. Faktorisati nad poljem realnih i kompleksnih brojeva polinom:

(a) $p(x) = 2x^4 - x^3 + x^2 - x - 1$

(b) $p(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 - 10x - 40$

(c) $p(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 + 3x - 18$

15. Naći sve nule polinoma $p(x) = x^4 + 2x^3 - 13x^2 + 4x - 30$ u skupu \mathbb{R} .

16. Naći sve nule polinoma $p(x) = x^4 - 2x^3 - 4x^2 - 8x - 32$ u skupu \mathbb{C} .

17. Odrediti NZD(p,q) ako je

(a) $p(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$ i $q(x) = x^4 + 6x^3 + 10x^2 + 12x + 16$

(b) $p(x) = x^5 + x^3 - 2x$ i $q(x) = x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 2x + 3$

(c) $p(x) = 2x^4 - x^3 - 8x^2 + 4x$ i $q(x) = 3x^3 + 5x^2 - 12x - 20$

(d) $p(x) = (x - 1)(x + 2)(x - 3)$ i $q(x) = x^6 + x^4 + 1$

(e) $p(x) = x^5 + x^4 - 7x^3 - x^2 + 6x$ i $q(x) = x^3 + 4x^2 - 7x - 10$

18. Rastaviti na zbir parcijalnih razlomaka funkciju:

$$(a) f(x) = \frac{11x^3 - 45x^2 - 21x + 75}{x^4 - 5x^3 - 3x^2 + 15x}$$

$$(b) f(x) = \frac{13x^3 - 29x^2 + 21x - 9}{2x^4 - 5x^3 + 3x^2}$$

$$(c) f(x) = \frac{x^2 + x}{(x-1)(x^2+1)}$$

$$(c) f(x) = \frac{x+3}{(x-2)(x^2+2)}$$

19. Ostatak pri deljenju polinoma P binomom $(x - 1)$ je 3, a binomom $(x + 2)$ je -3 . Naći ostatak pri deljenju polinoma P polinomom $Q(x) = x^2 + x - 2$.

20. Dat je polinom

$$P(x) = x^5 + ax^4 + 3x^3 + bx^2 + cx$$

- Odrediti realne koeficijente a , b , c polinoma P tako da bude deljiv sa $x^2 + 1$ i $x - 1$.
- Odrediti NZD(P,Q), ako je $Q(x) = x^3 - 3x^2 - 2$.
- Napisati u obliku parcijalnih razlomaka racionalnu funkciju $R(x) = \frac{Q(x)}{P(x)}$